

Fit für die 11FOS?

Grundlagenwissen für Mathematik in der Fachoberschule (Kurzform)

Station 1 – Bruchrechnung

$$a) \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} - \frac{8}{12} = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$$

$$b) \frac{a}{x} + \frac{a}{x^2} - \frac{a}{x^3} = \frac{ax^2}{x^3} + \frac{ax}{x^3} - \frac{a}{x^3} = \frac{ax^2+ax-a}{x^3} = \frac{a(x^2+x-1)}{x^3}$$

$$c) \left(-\frac{6}{7}\right) * \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{(-6)*(-2)}{7*3} = \frac{12}{21}$$

$$d) \left(-\frac{6}{7}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{6}{7}\right) * \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{(-6)*(-3)}{7*2} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$$

$$e) \frac{\frac{x-y}{y-x}}{\frac{1}{y}+\frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2-y^2}{yx-yx}}{\frac{x}{yx}+\frac{y}{yx}} = \left(\frac{\frac{(x^2-y^2)}{yx}}{\frac{x+y}{yx}}\right) = \frac{x^2-y^2}{x+y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x+y} = x-y$$

Station 2 – Potenzrechnung

2.1 Berechnen Sie!

Grundsätzlich gelten folgende Regeln:

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ (im Falle gleicher Basen werden bei der Multiplikation die Exponenten addiert)

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{n-k} = \frac{\overbrace{a \cdot \dots \cdot a}^{n\text{-mal}}}{\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{k\text{-mal}}} \quad \text{und daher} \quad a^{n-1} = \frac{\overbrace{a \cdot \dots \cdot a}^{n\text{-mal}}}{a} = \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{(n-1)\text{-mal}}$$

$$(-a)^n = -a^n \text{ falls } n \text{ ungerade}$$

$$(-a)^n = +a^n \text{ falls } n \text{ gerade}$$

a) $x^2 * x^4 * x = x^7$

b) $x^{-2} * x * x^3 * x^{-2} = x^0 = 1$

c) $(2^4)^2 = 2^8 = 256$

d) $(a^3 b^2)^5 = a^{15} b^{10}$

2.2 Die folgenden Ausdrücke sollen so umgewandelt werden, dass keine negativen Exponenten mehr auftreten.

a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

b) $2^3 * a^{-2} = 2^3 * \frac{1}{a^2} = \frac{2^3}{a^2} = \frac{8}{a^2}$

c) $\frac{2}{a^{-1}} = \frac{2}{\frac{1}{a}} = 2 * \frac{a}{1} = 2a$

d) $\frac{2}{b^{-3}} = 2b^3$

Station 3 – Zahlbereiche

3.1 Gegeben sind folgende Zahlen:

$$-\frac{3}{5}; \quad \frac{5}{3}; \quad -2; \quad 5; \quad -\sqrt{2}; \quad 0; \quad -\frac{1}{5}; \quad 2,3; \quad -0,27; \quad -1,41; \quad \frac{3}{11}; \quad -\sqrt[3]{5}; \quad \sqrt{5}$$

a) Geben Sie für jede Zahl an, zu welcher der folgenden Zahlenmengen sie gehört:

$\mathbb{N}$ (natürliche Zahlen), $\mathbb{Z}$ (ganze Zahlen), $\mathbb{Q}$ (rationale Zahlen), $\mathbb{R}$ (reelle Zahlen)

$$-\frac{3}{5} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad \frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad -2 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad 5 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad -\sqrt{2} \in \mathbb{R}, \quad 0 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R},$$

$$-\frac{1}{5} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad 2,3 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad -0,27 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad -1,41 \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad \frac{3}{11} \in \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \quad -\sqrt[3]{5} \in \mathbb{R},$$

$$\sqrt{5} \in \mathbb{R}.$$

b) Ordnen Sie diese Zahlen der Größe nach. Verwenden Sie das Zeichen „<“.

$$-2 < -\sqrt[3]{5} < -\sqrt{2} < -1,41 < -\frac{3}{5} < -0,27 < -\frac{1}{5} < 0 < \frac{3}{11} < \frac{5}{3} < 2 < \sqrt{5} < 3 < 5$$

3.2 Welche ganzen Zahlen liegen zwischen den folgenden beiden Zahlen?

- a) Zwischen 0 und 4,9
 - b) Zwischen -4 und 4
 - c) Zwischen -148 und -153
 - d) Zwischen -4,2 und 3,3
- a) {1;2;3;4}
 - b) {-3;-2;-1;0;1;2;3}
 - c) {-152;-151;-150;-149}
 - d) {-4;-3;-2;-1;0;1;2;3}

Station 4 – Terme und Termumformung

4.1 Fassen Sie zusammen und vereinfachen Sie die Terme

a) $5x + 7y - x + 13y = 4x + 20y = 4(x + 5y)$

b) $1,8x + 2,3y + 3,2z - 0,9x - 1,1y - 1,4z = 0,9x + 1,2y + 1,8z$

4.2 Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie.

a) $3u + [4 - (2u - 1) + 8u] + 7 = 3u + 4 - 2u + 1 + 8u + 7 = 9u + 12$

b) $(u + 2v - 3w) - [4v - (3u + 2v - 3w)] = u + 2v - 3w - 4v + 3u + 2v - 3w = 4u - 6w$

4.3 Multiplizieren Sie die Summen aus.

a) $x(m + n) = xm + xn$

b) $2,5(4x + 2y) = 10x + 5y$

4.4 Multiplizieren Sie und fassen Sie zusammen.

a) $2(2x - 3y) - 6x + y = 4x - 6y - 6x + y = -2x - 5y$

b) $9x - 2(x - 3y) + 4(y + 4x) = 9x - 2x + 6y + 4y + 16x = 23x + 10y$

4.5 Multiplizieren Sie und fassen Sie zusammen.

a) $(x + 2y)(3a + b + 2c) = 3ax + bx + 2cx + 6ay + 2by + 4cy$

b) $(4x - 3y)(y + x) + (8x + 2y)(3x + 4y) = 4xy + 4x^2 - 3y^2 - 3xy + 24x^2 + 32xy + 6xy + 8y^2 = 28x^2 + 39xy + 5y^2$

4.6 Klammern Sie aus.

a) $2x - 2y = 2(x - y)$

b) $-5xu + 15xv - 10xz = 5x(-u + 3v - 2z)$

4.7 Faktorisieren Sie. Beispiel: $3(a+b) - x(a+b) = (a+b)(3-x)$

a) $x(u - v) - y(u - v) = (x - y)(u - v)$

b) $x(3 - r) - (3 - r) = (x - 1)(3 - r)$

Station 5 – Binomische Formeln

5.1 Formen Sie mit Hilfe der binomischen Formeln um:

a) $(4a + 7b)^2 = 16a^2 + 56ab + 49b^2$

b) $(4a - 7b)^2 = 16a^2 - 56ab + 49b^2$

c) $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

5.2 Zerlegen Sie folgende Ausdrücke in Faktoren (bin. Formel rückwärts).

a) $4y^2 - 9 = (2y + 3)(2y - 3)$

b) $16a^2 - 24ab + 9b^2 = (4a - 3b)^2$

Station 6 – Lineare und quadratische Gleichungen, Lineare Gleichungssysteme

6.1 Lösen Sie folgende lineare Gleichungen

a) $x + 2 = 17$

$x = 15$

b) $-x - 2 + 3x = -2x + 7$

$-2 + 2x = -2x + 7$

$$4x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{4}$$

c) $3x + 1 = 2 + 3x$

$1 = 2 \rightarrow \text{Widerspruch! Gleichung nicht lösbar}$

6.2 Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen

a) $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$x_1 = 2; x_2 = -2$

b) $5x^2 = 0$

$x^2 = 0$

$x = 0$

c) $x^2 + 4x = 0$

$x(x + 4) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4$

d) $x^2 - 4x + 4 = 0$ pq-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4} = 2$$

e) $-x^2 - 4x - 4 = 0$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4} = -2$$

6.3 Lösen Sie das Gleichungssystem mit zwei Unbekannten

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Gleichungen addieren ergibt: $2x = 8 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 1$

b)
$$\begin{cases} 7x+3y=5 \\ 2x-3y=13 \end{cases}$$

Gleichungen addieren ergibt: $9x = 18 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = -3$